BURHAN

Développement et factorisation : exercices, application

1ère Année Collège · Mathématiques

Version en ligne : burhan.ma/1ac/mathematiques/developpement-et-factorisation/exercices/application

Chapitre	Palier	Exercices
Développement et factorisation	Application	8

Exercice 1

Alléger l'écriture d'une expression

Récris chaque expression en supprimant le signe $\times$ quand c'est permis.

1

$5 \times y + 2$

INDICE

Outil : on supprime le signe $\times$ devant une lettre.

CORRIGÉ

Le signe $\times$ est placé entre le nombre 5 et la lettre y. La convention d'écriture permet de le supprimer : $5 \times y$ s'écrit $5y$.

Conclusion. On obtient $5y + 2$.

2

$a \times b + y \times 7$

INDICE

Outil : entre deux lettres, le signe $\times$ disparaît aussi.

Point délicat : dans un produit, le nombre s'écrit devant la lettre.

CORRIGÉ

Entre deux lettres. Le signe $\times$ se supprime : $a \times b$ s'écrit ab.

Entre une lettre et un nombre. On peut changer l'ordre des facteurs d'un produit : $y \times 7 = 7 \times y$. Le nombre se place devant la lettre, donc $7 \times y$ s'écrit $7y$.

Conclusion. Sans signe $\times$ inutile, l'expression s'écrit $ab + 7y$.

3

$1 \times x - 1 \times y$

INDICE

Outil : la convention sur le facteur 1.

CORRIGÉ

D'après la convention sur le facteur 1, on écrit x au lieu de $1 \times x$, et y au lieu de $1 \times y$.

Conclusion. L'expression s'écrit $x - y$.

4

$6 \times 4 + 2 \times (x + 1)$

INDICE

Outil : devant une parenthèse, on peut supprimer le signe $\times$.

Point délicat : regarde ce qui entoure chaque signe $\times$.

CORRIGÉ

L'expression contient deux signes $\times$: on regarde ce qui entoure chacun d'eux.

Entre 6 et 4. Ce sont deux nombres : on garde le signe, car 6×4 ne s'écrit pas 64.

Devant la parenthèse. On supprime le signe : $2 \times (x + 1)$ s'écrit $2(x + 1)$.

Conclusion. L'expression s'écrit $6 \times 4 + 2(x + 1)$.

Exercice 2

Remplacer la lettre par un nombre

On considère l'expression $B = 3x - 7$. Calcule B pour chaque valeur de x.

1

Pour $x = 4$.

INDICE

Outil : remplace x par 4 et remets le signe $\times$: $3x$ devient 3×4.

CORRIGÉ

On remplace x par 4 en remettant le signe $\times$:

$$B = 3 \times 4 - 7$$

La multiplication passe avant la soustraction : $3 \times 4 = 12$. Donc :

$$B = 12 - 7 = 5$$

Conclusion. Pour $x = 4$, l'expression B vaut 5.

2

Pour $x = -2$.

INDICE

Outil : écris le nombre négatif entre parenthèses.

Point délicat : la règle des signes pour $3 \times (-2)$.

CORRIGÉ

On remplace x par -2, écrit entre parenthèses :

$$B = 3 \times (-2) - 7$$

D'après la règle des signes, $3 \times (-2) = -6$, car un seul des deux facteurs est négatif. Donc :

$$B = -6 - 7 = -13$$

Conclusion. Pour $x = -2$, l'expression B vaut -13.

3

Pour $x = 1{,}5$.

INDICE

Début : commence par $3 \times 1{,}5$.

CORRIGÉ

On remplace x par $1{,}5$:

$$B = 3 \times 1{,}5 - 7$$

On commence par la multiplication : $3 \times 1{,}5 = 4{,}5$. Donc :

$$B = 4{,}5 - 7 = -2{,}5$$

Le résultat est négatif, car on retire 7 à un nombre plus petit que 7 ; et $7 - 4{,}5 = 2{,}5$.

Conclusion. Pour $x = 1{,}5$, l'expression B vaut $-2{,}5$.

Exercice 3

Développer un produit par une somme

Développe chaque produit.

1

$7(x+5)$

INDICE

Outil : la distributivité : le 7 multiplie chaque terme de la parenthèse.

CORRIGÉ

D'après la distributivité, le facteur 7 multiplie chaque terme de la parenthèse :

$$7(x+5) = 7 \times x + 7 \times 5$$

On calcule les produits : $7 \times x$ s'écrit $7x$, et $7 \times 5 = 35$.

Conclusion. Le développement est $7(x+5) = 7x + 35$.

2

$2{,}5(4+y)$

INDICE

Outil : la même règle, avec un facteur décimal.

Début : $2{,}5 \times 4$ est le premier produit.

CORRIGÉ

D'après la distributivité, le facteur décimal $2{,}5$ multiplie chacun des deux termes :

$$\begin{aligned} &2{,}5(4+y) \\ &= 2{,}5 \times 4 + 2{,}5 \times y \end{aligned}$$

On calcule les produits : $2{,}5 \times 4 = 10$, et $2{,}5 \times y$ s'écrit $2{,}5y$.

Conclusion. Le développement est $2{,}5(4+y) = 10 + 2{,}5y$.

3

$a(b+6)$

INDICE

Outil : le facteur est ici une lettre ; la règle ne change pas.

Point délicat : le nombre s'écrit devant la lettre.

CORRIGÉ

Le facteur est ici la lettre a ; la distributivité s'applique de la même façon :

$$a(b+6) = a \times b + a \times 6$$

On applique les conventions d'écriture : $a \times b$ s'écrit ab. Le nombre se place devant la lettre : $a \times 6 = 6 \times a$, qui s'écrit $6a$.

Conclusion. Le développement est $a(b+6) = ab + 6a$.

Exercice 4

Développer avec un facteur négatif

Développe chaque produit. Écris chaque produit de nombres relatifs avec des parenthèses.

1

$-6(x-2)$

INDICE

Outil : la distributivité, avec le facteur -6.

Début : le premier produit est $(-6)\times x$.

CORRIGÉ

Distributivité. Le facteur -6 multiplie chaque terme de la parenthèse. On écrit chaque facteur négatif entre parenthèses :

$$\begin{aligned}&-6(x-2)\\&=(-6)\times x+(-6)\times(-2)\end{aligned}$$

Règle des signes. Le produit de deux nombres négatifs est positif : $(-6)\times(-2)=12$. Le premier produit $(-6)\times x$ s'écrit $-6x$.

Conclusion. Le développement est $-6(x-2)=-6x+12$.

2

$-3(2a-7)$

INDICE

Outil : la même règle, avec le facteur -3.

Point délicat : le signe du second produit.

CORRIGÉ

Distributivité. Le facteur -3 multiplie chacun des deux termes :

$$\begin{aligned}&-3(2a-7)\\&=(-3)\times 2a+(-3)\times(-7)\end{aligned}$$

Premier produit. On multiplie les nombres entre eux : $(-3)\times 2=-6$, donc $(-3)\times 2a=-6a$.

Second produit. Les deux facteurs sont négatifs, donc le produit est positif : $(-3)\times(-7)=21$.

Conclusion. Le développement est $-3(2a-7)=-6a+21$.

3

$-2(3-y)$

INDICE

Début : le premier produit est $(-2)\times 3$.

Point délicat : $-y$ s'écrit $(-1)\times y$.

CORRIGÉ

Distributivité. Le facteur -2 multiplie 3 et $-y$:

$$\begin{aligned}&-2(3-y)\\&=(-2)\times 3+(-2)\times(-y)\end{aligned}$$

Premier produit. D'après la règle des signes, $(-2)\times 3=-6$.

Second produit. Par la convention d'écriture, $-y$ s'écrit $(-1)\times y$, donc :

$$\begin{aligned}&(-2)\times(-y)\\&=(-2)\times(-1)\times y\end{aligned}$$

D'après la règle des signes, $(-2)\times(-1)=2$, donc $(-2)\times(-y)=2y$.

Conclusion. Le développement est $-2(3-y)=-6+2y$.

Exercice 5

Sortir un facteur commun visible

Factorise chaque expression, puis vérifie en développant.

1

$4x + 4y$

INDICE

Outil : cherche le nombre écrit dans les deux termes.

CORRIGÉ

Facteur commun. Le nombre 4 figure dans les deux termes :

$$4x + 4y = 4 \times x + 4 \times y$$

Factorisation. On écrit 4 devant une parenthèse, et ce qui reste de chaque terme dans la parenthèse :

$$4x + 4y = 4(x + y)$$

Vérification. D'après la distributivité, $4(x + y) = 4x + 4y$: on retrouve l'expression de départ.

Conclusion. La forme factorisée est $4(x + y)$.

2

$ax - 6a$

INDICE

Outil : le facteur commun peut être une lettre.

Début : écris $6a$ sous la forme $a \times 6$.

CORRIGÉ

Facteur commun. La lettre a figure dans les deux termes. Comme $6a = 6 \times a = a \times 6$, on écrit :

$$ax - 6a = a \times x - a \times 6$$

Factorisation. On sort a ; il reste x et 6 dans la parenthèse, avec le signe $-$:

$$ax - 6a = a(x - 6)$$

Vérification. D'après la distributivité, $a(x - 6) = ax - 6a$.

Conclusion. La forme factorisée est $a(x - 6)$.

3

$2{,}5y + 2{,}5 \times 3$

INDICE

Outil : le facteur commun est un nombre décimal.

CORRIGÉ

Facteur commun. Le nombre $2{,}5$ figure dans les deux termes, car $2{,}5y = 2{,}5 \times y$.

Factorisation. On sort $2{,}5$; il reste y et 3 dans la parenthèse, donc on obtient $2{,}5(y + 3)$:

$$\begin{aligned} &2{,}5y + 2{,}5 \times 3 \\ &= 2{,}5(y + 3) \end{aligned}$$

Vérification. D'après la distributivité, $2{,}5(y + 3) = 2{,}5y + 7{,}5$. Or $2{,}5 \times 3 = 7{,}5$: c'est bien l'expression de départ.

Conclusion. La forme factorisée est $2{,}5(y + 3)$.

Exercice 6

Enlever les parenthèses

Récris chaque expression sans parenthèses.

1

$x + (y - 3)$

INDICE

Outil : devant la parenthèse, il y a un signe plus.

CORRIGÉ

Devant la parenthèse, il y a un signe $+$. On enlève les parenthèses et on recopie chaque terme avec son signe :

$$x + (y - 3) = x + y - 3$$

Conclusion. Sans parenthèses, l'expression s'écrit $x + y - 3$.

2

$a - (b + 4)$

INDICE

Outil : devant la parenthèse, il y a un signe moins.

Point délicat : le terme $+4$ change aussi de signe.

CORRIGÉ

Devant la parenthèse, il y a un signe $-$. On enlève ce signe et les parenthèses, et chaque terme de la parenthèse change de signe.

Le terme b s'écrit aussi $+b$: $+b$ devient $-b$ et $+4$ devient -4. On obtient :

$$a - (b + 4) = a - b - 4$$

Conclusion. Sans parenthèses, l'expression s'écrit $a - b - 4$.

3

$x - (a - 9)$

INDICE

Outil : un signe moins devant la parenthèse.

Point délicat : regarde le signe du dernier terme.

CORRIGÉ

Devant la parenthèse, il y a un signe $-$: chaque terme de la parenthèse change de signe.

Le terme $+a$ devient $-a$. Le terme -9 devient $+9$, car l'opposé de -9 est 9. On obtient :

$$x - (a - 9) = x - a + 9$$

Conclusion. Sans parenthèses, l'expression s'écrit $x - a + 9$.

Exercice 7

Calculer de tête en développant

Au marché, Yassine achète des lots de fruits. Calcule chaque prix de tête, en développant.

1

Six lots coûtent chacun 103 dirhams. Calcule 6×103.

INDICE

Outil : écris $103 = 100 + 3$.

CORRIGÉ

Décomposition. Le nombre 103 est proche de 100 : $103 = 100 + 3$. Donc :

$$6 \times 103 = 6 \times (100 + 3)$$

Distributivité. Le facteur 6 multiplie 100 et 3 :

$$\begin{aligned} &6 \times (100 + 3) \\ &= 6 \times 100 + 6 \times 3 \end{aligned}$$

Calcul. On a $6 \times 100 = 600$ et $6 \times 3 = 18$, puis $600 + 18 = 618$.

Conclusion. Les six lots coûtent 618 dirhams.

2

Neuf lots coûtent chacun 49 dirhams. Calcule 9×49.

INDICE

Outil : écris $49 = 50 - 1$.

Point délicat : la distributivité sur une différence.

CORRIGÉ

Décomposition. Le nombre 49 est proche de 50 : $49 = 50 - 1$. Donc :

$$9 \times 49 = 9 \times (50 - 1)$$

Distributivité. Sur une différence, le facteur 9 multiplie 50 et 1, et le signe $-$ reste :

$$\begin{aligned} &9 \times (50 - 1) \\ &= 9 \times 50 - 9 \times 1 \end{aligned}$$

Calcul. On a $9 \times 50 = 450$ et $9 \times 1 = 9$, puis $450 - 9 = 441$.

Conclusion. Les neuf lots coûtent 441 dirhams.

Exercice 8

Calculer de tête en factorisant

Calcule de tête, en factorisant.

1

$17 \times 6 + 17 \times 4$

INDICE

Outil : le nombre 17 est dans les deux produits.

CORRIGÉ

Factorisation. Le nombre 17 est un facteur commun aux deux produits. On le sort :

$$\begin{aligned} &17 \times 6 + 17 \times 4 \\ &= 17 \times (6 + 4) \end{aligned}$$

Calcul. La parenthèse vaut $6 + 4 = 10$, et un produit par 10 se fait de tête : $17 \times 10 = 170$.

Conclusion. On trouve $17 \times 6 + 17 \times 4 = 170$.

2

$2{,}3 \times 58 + 2{,}3 \times 42$

INDICE

Outil : cherche le facteur écrit dans les deux produits.

Point délicat : ce facteur est un nombre décimal ; regarde ce que donnent les deux autres nombres ensemble.

CORRIGÉ

Factorisation. Le nombre décimal $2{,}3$ est un facteur commun aux deux produits :

$$\begin{aligned} &2{,}3 \times 58 + 2{,}3 \times 42 \\ &= 2{,}3 \times (58 + 42) \end{aligned}$$

Calcul. La parenthèse vaut $58 + 42 = 100$. Multiplier par 100 décale la virgule de deux rangs : $2{,}3 \times 100 = 230$.

Conclusion. On trouve $2{,}3 \times 58 + 2{,}3 \times 42 = 230$.

3

$8 \times 13 - 8 \times 3$

INDICE

Point délicat : entre les deux produits, il y a une soustraction.

CORRIGÉ

Factorisation. Le nombre 8 est un facteur commun aux deux produits. La parenthèse garde la soustraction :

$$\begin{aligned} & 8 \times 13 - 8 \times 3 \\ & = 8 \times (13 - 3) \end{aligned}$$

Calcul. La parenthèse vaut $13 - 3 = 10$, donc $8 \times 10 = 80$.

Conclusion. On trouve $8 \times 13 - 8 \times 3 = 80$.