BURHAN

Deux parallèles et une sécante : exercices, niveau examen

1ère Année Collège · Mathématiques

Version en ligne : burhan.ma/1ac/mathematiques/deux-paralleles-et-une-secante/exercices/examen

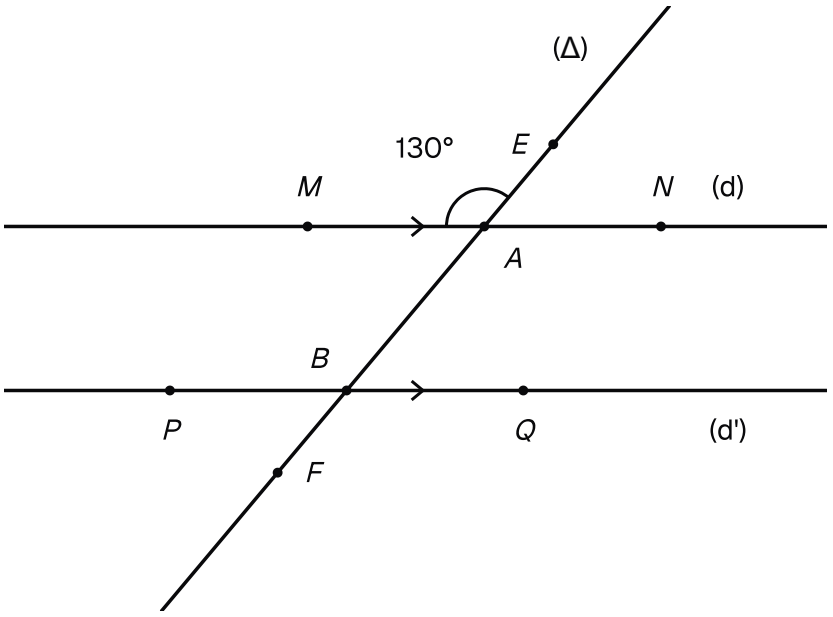
Chapitre	Palier	Exercices
Deux parallèles et une sécante	Niveau examen	5

Exercice 1 5 pts

Le garde-corps du pont

Le garde-corps d'un pont a deux barres parallèles, représentées par (d) et (d'). Une tige oblique, représentée par (Δ), coupe (d) en A et (d') en B.

Trace (d) au-dessus de (d'). Sur (d), place M à gauche de A et N à droite de A. Sur (d'), place P à gauche de B et Q à droite de B. Sur (Δ), place E au-dessus de A et F au-dessous de B. On donne $\widehat{EAM} = 130^\circ$.



Le garde-corps : barres parallèles (d) et (d'), tige oblique (Δ) et angle EAM de 130 degrés.

1. 1 pts

Les points M, A et N sont alignés. Calcule $\widehat{EAN}$.

INDICE

Outil : les angles $\widehat{EAM}$ et $\widehat{EAN}$ sont adjacents et forment un angle plat.

CORRIGÉ

Les points M, A et N sont alignés, donc $\widehat{MAN}$ est un angle plat.

Les angles adjacents $\widehat{EAM}$ et $\widehat{EAN}$ forment cet angle plat : ils sont supplémentaires.

$$\widehat{EAN} = 180^\circ - 130^\circ = 50^\circ$$

Conclusion. L'angle $\widehat{EAN}$ mesure 50°.

2. 1,5 pts

Les angles $\widehat{EAN}$ et $\widehat{ABQ}$ sont correspondants. En déduire $\widehat{ABQ}$, en citant la propriété utilisée.

INDICE

Début : commence ta phrase par ce que l'énoncé dit des barres (d) et (d').

CORRIGÉ

Données. Les barres (d) et (d') sont parallèles, et les angles $\widehat{EAN}$ et $\widehat{ABQ}$ sont correspondants.

Propriété citée. D'après la propriété des angles correspondants, ces deux angles ont la même mesure. Avec la question 1 :

$$\widehat{ABQ} = \widehat{EAN} = 50^\circ$$

Conclusion. $\widehat{ABQ} = 50^\circ$.

3. 1,5 pts

Justifie que $\widehat{NAB} = 130^\circ$. Déduis-en $\widehat{ABP}$.

INDICE

Outil : compare d'abord $\widehat{NAB}$ et $\widehat{EAM}$, puis cherche l'angle de sommet B alterne-interne avec $\widehat{NAB}$.

CORRIGÉ

Mesure de $\widehat{NAB}$. Le point A est entre E et B, et entre M et N. Donc $\widehat{NAB}$ et $\widehat{EAM}$ sont opposés par le sommet. D'après la propriété des angles opposés par le sommet :

$$\widehat{NAB} = \widehat{EAM} = 130^\circ$$

Mesure de $\widehat{ABP}$. Les angles $\widehat{NAB}$ et $\widehat{ABP}$ sont alternes-internes. Comme $(d) \parallel (d')$, la propriété des angles alternes-internes donne :

$$\widehat{ABP} = \widehat{NAB} = 130^\circ$$

Conclusion. $\widehat{NAB} = 130^\circ$, et $\widehat{ABP} = 130^\circ$.

4. 1 pts

Explique pourquoi $\widehat{PBF} = \widehat{ABQ}$, et donne cette mesure.

INDICE

Point délicat : ici, aucune propriété des parallèles n'est utile : les deux angles ont le même sommet B.

CORRIGÉ

Le point B est entre A et F, et entre P et Q. Donc $\widehat{PBF}$ et $\widehat{ABQ}$ sont opposés par le sommet. Aucune propriété des parallèles n'est utile ici.

D'après la propriété des angles opposés par le sommet, ils ont la même mesure. Avec la question 2 :

$$\widehat{PBF} = \widehat{ABQ} = 50^\circ$$

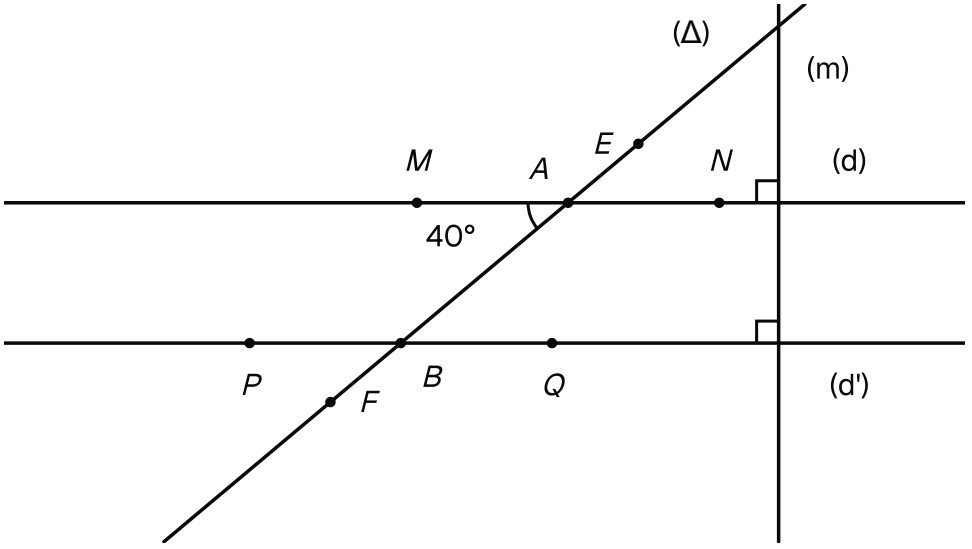
Conclusion. $\widehat{PBF} = \widehat{ABQ}$ car ces deux angles sont opposés par le sommet ; leur mesure commune est 50°.

Exercice 2 5 pts

L'étagère et son renfort

Une étagère est fixée à un montant vertical, représenté par une droite (m). Ses deux planches sont représentées par deux droites distinctes (d) et (d'), avec (d) au-dessus. Chaque planche est perpendiculaire au montant : $(d) \perp (m)$ et $(d') \perp (m)$.

Un renfort oblique, représenté par (Δ), coupe (d) en A et (d') en B. Sur (d), place M à gauche de A et N à droite de A. Sur (d'), place P à gauche de B et Q à droite de B. Sur (Δ), place E au-dessus de A et F au-dessous de B. On donne $\widehat{MAB} = 40°$.



L'étagère : le montant (m), les planches (d) et (d') à angle droit sur lui, le renfort (Δ) et l'angle MAB de 40 degrés.

1. 1,5 pts

Justifie que les planches (d) et (d') sont parallèles.

INDICE

Outil : les deux planches sont perpendiculaires à la même droite (m).

CORRIGÉ

Données. $(d) \perp (m)$ et $(d') \perp (m)$, et les planches sont distinctes.

Propriété citée. La propriété de deux perpendiculaires à une même droite : les planches sont distinctes et toutes les deux perpendiculaires au montant (m), elles sont donc parallèles.

Conclusion. $(d) \parallel (d')$: les planches sont parallèles.

2. 2 pts

Les angles $\widehat{MAB}$ et $\widehat{ABQ}$ sont alternes-internes. En déduire $\widehat{ABQ}$, en citant la propriété utilisée.

INDICE

Début : le résultat de la question 1 te donne la donnée dont tu as besoin.

CORRIGÉ

Données. D'après la question 1, $(d) \parallel (d')$. Les angles $\widehat{MAB}$ et $\widehat{ABQ}$ sont alternes-internes.

Propriété citée. D'après la propriété des angles alternes-internes, ces deux angles ont la même mesure :

$$\widehat{ABQ} = \widehat{MAB} = 40^\circ$$

Conclusion. $\widehat{ABQ} = 40^\circ$.

3. 1,5 pts

Calcule $\widehat{ABP}$. Explique ton calcul.

INDICE

Outil : les points P, B et Q sont alignés.

CORRIGÉ

Les points P, B et Q sont alignés, donc $\widehat{PBQ}$ est un angle plat.

Les angles adjacents $\widehat{ABP}$ et $\widehat{ABQ}$ forment cet angle plat : ils sont supplémentaires. Avec la question 2 :

$$\widehat{ABP} = 180^\circ - 40^\circ = 140^\circ$$

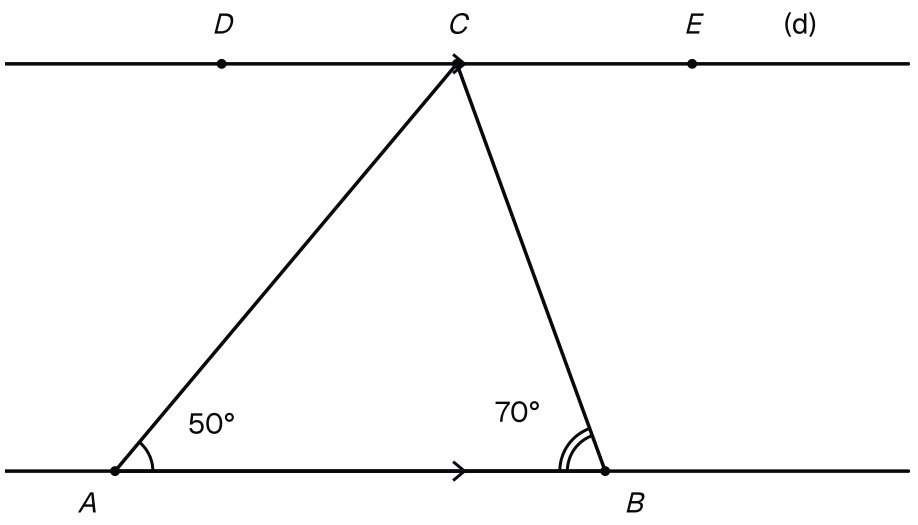
Conclusion. L'angle $\widehat{ABP}$ mesure 140°.

Exercice 3 — 5 pts

Le triangle du cerf-volant

Une partie d'un cerf-volant forme un triangle ABC. Trace-le avec $[AB]$ horizontal, A à gauche, B à droite et C au-dessus de $[AB]$. On donne $\widehat{BAC} = 50°$ et $\widehat{ABC} = 70°$.

Une baguette passe par C, parallèlement à $[AB]$: c'est la droite (d). Place D sur (d) à gauche de C, et E sur (d) à droite de C.



Le cerf-volant : le triangle ABC posé sur [AB], 50 degrés en A, 70 degrés en B, et la baguette (d) par C.

1. — 1,5 pts

Calcule $\widehat{ACB}$.

INDICE

Outil : la somme des mesures des trois angles d'un triangle est égale à $180°$.

CORRIGÉ

D'après la propriété de la somme des angles d'un triangle, dans le triangle ABC :

$$\widehat{BAC} + \widehat{ABC} + \widehat{ACB} = 180°$$

On retire les deux angles connus de $180°$:

$$\begin{aligned} \widehat{ACB} &= 180° - (50° + 70°) \\ &= 60° \end{aligned}$$

Conclusion. L'angle $\widehat{ACB}$ mesure $60°$.

2. 1,5 pts

La droite (AC) est une sécante des parallèles (d) et (AB). Justifie que $\widehat{ACD} = 50°$.

INDICE

Outil : les angles $\widehat{ACD}$ et $\widehat{CAB}$ sont entre les deux parallèles, de part et d'autre de (AC).

CORRIGÉ

Nature des angles. L'angle $\widehat{CAB}$ est l'angle $\widehat{BAC}$ de l'énoncé. Les angles $\widehat{ACD}$ et $\widehat{CAB}$ sont entre les droites (d) et (AB), de part et d'autre de (AC) : ils sont alternes-internes pour la sécante (AC).

Propriété. Les droites (d) et (AB) sont parallèles. D'après la propriété des angles alternes-internes :

$$\widehat{ACD} = \widehat{CAB} = 50°$$

Conclusion. $\widehat{ACD} = 50°$.

3. 1 pts

De même, avec la sécante (BC), justifie que $\widehat{BCE} = 70°$.

INDICE

Ensuite : cherche l'angle de sommet B qui forme avec $\widehat{BCE}$ une paire d'angles alternes-internes.

CORRIGÉ

Nature des angles. Les angles $\widehat{BCE}$ et $\widehat{ABC}$ sont alternes-internes pour la sécante (BC).

Propriété. Les droites (d) et (AB) sont parallèles. D'après la propriété des angles alternes-internes :

$$\widehat{BCE} = \widehat{ABC} = 70°$$

Conclusion. $\widehat{BCE} = 70°$.

4. 1 pts

En déduire la somme $\widehat{ACD} + \widehat{ACB} + \widehat{BCE}$. Explique pourquoi ce résultat était attendu.

INDICE

Point délicat : les points D, C et E sont alignés sur (d).

CORRIGÉ

Somme. On additionne les trois mesures trouvées aux questions 1, 2 et 3 :

$$\begin{aligned}&\widehat{ACD} + \widehat{ACB} + \widehat{BCE}\\ &= 50° + 60° + 70°\\ &= 180°\end{aligned}$$

Explication. Les points D, C et E sont alignés, donc $\widehat{DCE}$ est un angle plat. Les angles $\widehat{ACD}$ et $\widehat{ACB}$ sont adjacents, ainsi que $\widehat{ACB}$ et $\widehat{BCE}$: à eux trois, ils remplissent cet angle plat.

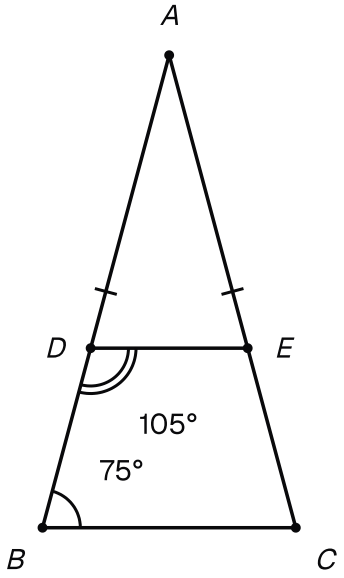
Conclusion. La somme vaut $180°$. Ce résultat était attendu : les trois angles forment ensemble l'angle plat $\widehat{DCE}$.

Exercice 4 5 pts

Le portique de la balançoire

Le côté d'un portique de balançoire forme un triangle ABC isocèle en A : $AB = AC$. Le sol est représenté par la droite (BC). Trace $[BC]$ horizontal, avec B à gauche, C à droite et A au-dessus de $[BC]$.

Une barre de renfort $[DE]$ relie les deux montants : D est sur $[AB]$, entre A et B, et E est sur $[AC]$, entre A et C. On donne $\widehat{ABC} = 75°$ et $\widehat{BDE} = 105°$.



Le portique : triangle ABC isocèle en A sur le sol (BC), barre [DE] entre les montants, 75 degrés en B et 105 degrés en D.

1. 1 pts

Les points A, D et B sont alignés. Calcule $\widehat{ADE}$.

INDICE

Outil : les angles $\widehat{ADE}$ et $\widehat{BDE}$ sont adjacents et forment un angle plat.

CORRIGÉ

Le point D est entre A et B, donc $\widehat{ADB}$ est un angle plat.

Les angles adjacents $\widehat{ADE}$ et $\widehat{BDE}$ forment cet angle plat : ils sont supplémentaires.

$$\widehat{ADE} = 180° - 105° = 75°$$

Conclusion. L'angle $\widehat{ADE}$ mesure $75°$.

2. 1,5 pts

Pour la sécante (AB), les angles $\widehat{ADE}$ et $\widehat{ABC}$ sont correspondants. Déduis-en que la barre (DE) est parallèle au sol (BC).

INDICE

Point délicat : on ne sait pas encore que les droites sont parallèles : ici, on part des angles pour arriver aux droites.

CORRIGÉ

Sécante. La droite (AB) coupe (DE) en D et (BC) en B.

Égalité. Les angles $\widehat{ADE}$ et $\widehat{ABC}$ sont correspondants. Avec la question 1 et l'énoncé, ils ont la même mesure :

$$\widehat{ADE} = \widehat{ABC} = 75^\circ$$

Propriété citée. Deux angles correspondants de même mesure suffisent pour conclure, d'après la propriété « reconnaître deux droites parallèles par les angles ».

Conclusion. $(DE) \parallel (BC)$: la barre de renfort est parallèle au sol.

3. 1,5 pts

Le triangle ABC est isocèle en A. Donne $\widehat{ACB}$, puis déduis-en $\widehat{AED}$ en citant la propriété utilisée.

INDICE

Ensuite : pour la sécante (AC), cherche l'angle de sommet E qui est à la même place que $\widehat{ACB}$.

CORRIGÉ

Angle $\widehat{ACB}$. Le triangle ABC est isocèle en A : d'après la propriété des angles d'un triangle isocèle, ses angles à la base $\widehat{ABC}$ et $\widehat{ACB}$ sont égaux.

$$\widehat{ACB} = \widehat{ABC} = 75^\circ$$

Angle $\widehat{AED}$. La droite (AC) coupe (DE) en E et (BC) en C. Les angles $\widehat{AED}$ et $\widehat{ACB}$ sont correspondants, et $(DE) \parallel (BC)$ d'après la question 2. Donc, d'après la propriété des angles correspondants :

$$\widehat{AED} = \widehat{ACB} = 75^\circ$$

Conclusion. $\widehat{ACB} = 75^\circ$ et $\widehat{AED} = 75^\circ$.

4. 1 pts

Un fil à plomb accroché en A pend jusqu'au sol : il est représenté par la droite (AH), avec H sur $[BC]$ et $(AH) \perp (BC)$. Justifie que le fil est perpendiculaire à la barre (DE).

INDICE

Outil : le fil est perpendiculaire à l'une de deux droites parallèles.

CORRIGÉ

Données. $(DE) \parallel (BC)$, d'après la question 2, et $(AH) \perp (BC)$.

Propriété citée. La propriété d'une perpendiculaire à l'une de deux parallèles : le fil est perpendiculaire à (BC), donc il est aussi perpendiculaire à (DE), soit $(AH) \perp (DE)$.

Conclusion. Le fil à plomb est perpendiculaire à la barre de renfort.

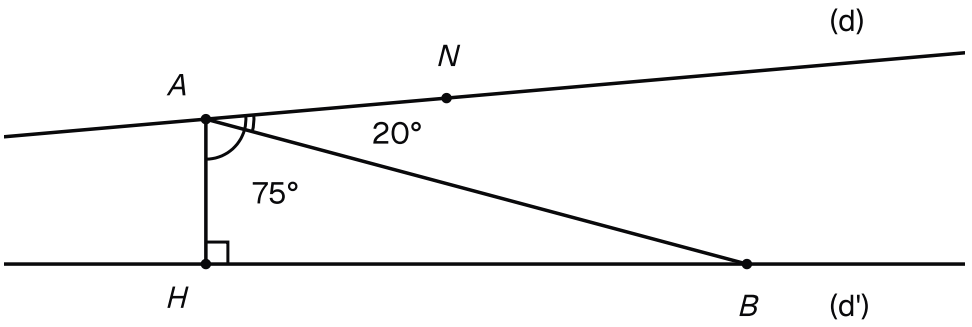
Exercice 5 5 pts

Le bras du lampadaire

Un lampadaire a un poteau vertical $[AH]$. Son pied H est sur le sol, représenté par une droite (d'), et $(AH) \perp (d')$. Un câble tendu relie le haut A du poteau à un point B du sol, situé à droite de H.

Le bras du lampadaire part de A vers la droite : il est représenté par une droite (d) qui passe par A. Le point N est sur (d), à droite de A, et les points H et N sont de part et d'autre de la droite (AB).

Trace la figure sur ton cahier. On donne $\widehat{HAB} = 75°$, et on mesure $\widehat{BAN} = 20°$.



Le lampadaire : poteau [AH] perpendiculaire au sol (d'), câble [AB], bras (d) et les angles HAB de 75 degrés et BAN de 20 degrés.

1. 1 pts

Le triangle ABH est rectangle en H. Calcule $\widehat{ABH}$.

INDICE

Outil : la somme des angles d'un triangle est égale à $180°$, et l'angle en H est droit.

CORRIGÉ

Angle droit. Le poteau est perpendiculaire au sol, donc le triangle ABH est rectangle en H : $\widehat{AHB} = 90°$.

Somme des angles. D'après la propriété de la somme des angles d'un triangle :

$$\widehat{HAB} + \widehat{AHB} + \widehat{ABH} = 180°$$

Calcul. On retire les deux angles connus de $180°$:

$$\begin{aligned} \widehat{ABH} &= 180° - (75° + 90°) \\ &= 15° \end{aligned}$$

Contrôle : $75° + 15° = 90°$: les deux angles aigus du triangle rectangle sont complémentaires.

Conclusion. L'angle $\widehat{ABH}$ mesure $15°$.

2. 1,5 pts

Pour la sécante (AB), les angles $\widehat{BAN}$ et $\widehat{ABH}$ sont alternes-internes. Le bras (d) est-il parallèle au sol (d') ? Justifie ta réponse.

INDICE

Point délicat : compare les deux mesures. Avec un bras parallèle au sol, quelle égalité la propriété des angles alternes-internes imposerait-elle ?

CORRIGÉ

Nature des angles. La droite (AB) coupe le bras (d) en A et le sol (d') en B. Pour cette sécante, $\widehat{BAN}$ et $\widehat{ABH}$ sont alternes-internes.

Comparaison. On a $\widehat{BAN} = 20°$, alors que $\widehat{ABH} = 15°$ d'après la question 1. Ces deux mesures ne sont pas égales.

Raisonnement. Si le bras était parallèle au sol, la propriété des angles alternes-internes donnerait $\widehat{BAN} = \widehat{ABH}$. Ce n'est pas le cas.

Conclusion. Non : le bras n'est pas parallèle au sol.

3. 1,5 pts

On règle le bras : il devient parallèle au sol, $(d) \parallel (d')$, et N reste de l'autre côté de (AB) par rapport à H. Déduis-en la nouvelle mesure de $\widehat{BAN}$.

INDICE

Début : les deux angles de la question 2 sont toujours alternes-internes, mais les droites sont maintenant parallèles.

CORRIGÉ

Désormais $(d) \parallel (d')$. Les angles $\widehat{BAN}$ et $\widehat{ABH}$ sont toujours alternes-internes pour la sécante (AB).

D'après la propriété des angles alternes-internes, ils ont maintenant la même mesure :

$$\widehat{BAN} = \widehat{ABH} = 15°$$

Conclusion. Après le réglage, $\widehat{BAN} = 15°$.

4. 1 pts

Après le réglage, calcule $\widehat{HAN}$. Que peux-tu dire du bras et du poteau ?

INDICE

Ensuite : la demi-droite $[AB)$ est entre $[AH)$ et $[AN)$: les angles $\widehat{HAB}$ et $\widehat{BAN}$ sont adjacents.

CORRIGÉ

Calcul. La demi-droite $[AB)$ est entre $[AH)$ et $[AN)$: les angles adjacents $\widehat{HAB}$ et $\widehat{BAN}$ forment ensemble l'angle $\widehat{HAN}$.

$$\widehat{HAN} = 75^\circ + 15^\circ = 90^\circ$$

Bras et poteau. L'angle $\widehat{HAN}$ est droit, donc le bras (d) est perpendiculaire au poteau (AH).

Vérification. Ce résultat était attendu : $(AH) \perp (d')$ et $(d) \parallel (d')$. D'après la propriété d'une perpendiculaire à l'une de deux parallèles, le poteau est aussi perpendiculaire au bras.

Conclusion. $\widehat{HAN} = 90^\circ$: après le réglage, le bras est perpendiculaire au poteau.