BURHAN

Deux parallèles et une sécante : exercices, entraînement

1ère Année Collège · Mathématiques

Version en ligne : burhan.ma/1ac/mathematiques/deux-paralleles-et-une-secante/exercices/entrainement

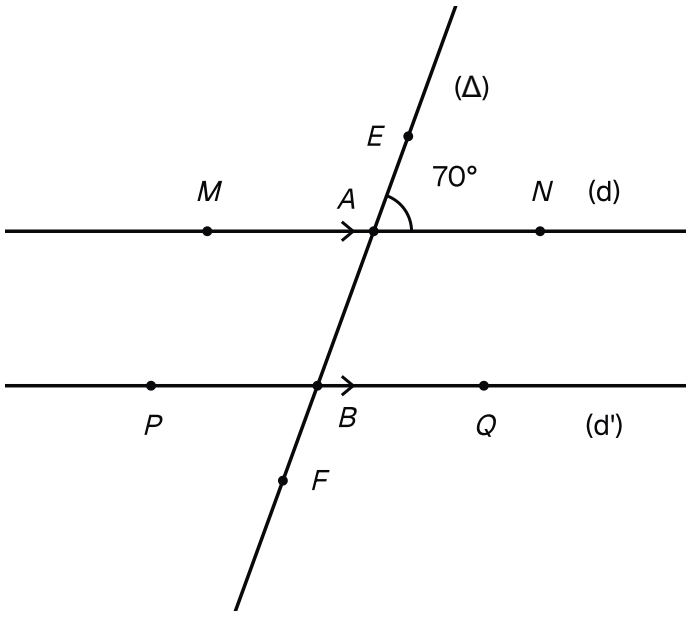
Chapitre	Palier	Exercices
Deux parallèles et une sécante	Entraînement	7

Exercice 1

La barre oblique du pont

Un pont a deux rambardes parallèles, représentées par (d) et (d'). Une barre oblique, représentée par (Δ), relie les deux rambardes. Elle coupe (d) en A et (d') en B.

Trace (d) au-dessus de (d'). Sur (d), place M à gauche de A et N à droite de A. Sur (d'), place P à gauche de B et Q à droite de B. Sur (Δ), place E au-dessus de A et F au-dessous de B. On donne $\widehat{EAN} = 70^\circ$.



Les rambardes parallèles du pont, la barre oblique (Δ) et l'angle EAN donné, de 70 degrés.

1.

Calcule $\widehat{MAB}$ en justifiant.

INDICE

Outil : ces deux angles ont le même sommet, et les côtés de l'un prolongent les côtés de l'autre.

CORRIGÉ

Le point A est entre E et B, et entre M et N. Donc $\widehat{EAN}$ et $\widehat{MAB}$ sont opposés par le sommet.

D'après la propriété des angles opposés par le sommet, ils ont la même mesure :

$$\widehat{MAB} = \widehat{EAN} = 70^\circ$$

Conclusion. L'angle $\widehat{MAB}$ mesure 70°.

2.

En déduire $\widehat{ABQ}$.

INDICE

Ensuite : cherche quelle paire forment $\widehat{MAB}$ et $\widehat{ABQ}$, puis relis ce que dit l'énoncé des rambardes.

CORRIGÉ

Nature des angles. Les angles $\widehat{MAB}$ et $\widehat{ABQ}$ sont dans la bande, de part et d'autre de (Δ) : ils sont alternes-internes.

Propriété. Les rambardes (d) et (d') sont parallèles. D'après la propriété des angles alternes-internes, ces deux angles ont la même mesure. Avec la question 1 :

$$\widehat{ABQ} = \widehat{MAB} = 70^\circ$$

Conclusion. $\widehat{ABQ} = 70^\circ$.

3.

Calcule $\widehat{ABP}$.

INDICE

Outil : les points P, B et Q sont alignés.

CORRIGÉ

Les points P, B et Q sont alignés : les angles adjacents $\widehat{ABP}$ et $\widehat{ABQ}$ forment un angle plat, ils sont supplémentaires.

$$\widehat{ABP} = 180^\circ - 70^\circ = 110^\circ$$

Conclusion. L'angle $\widehat{ABP}$ mesure 110°.

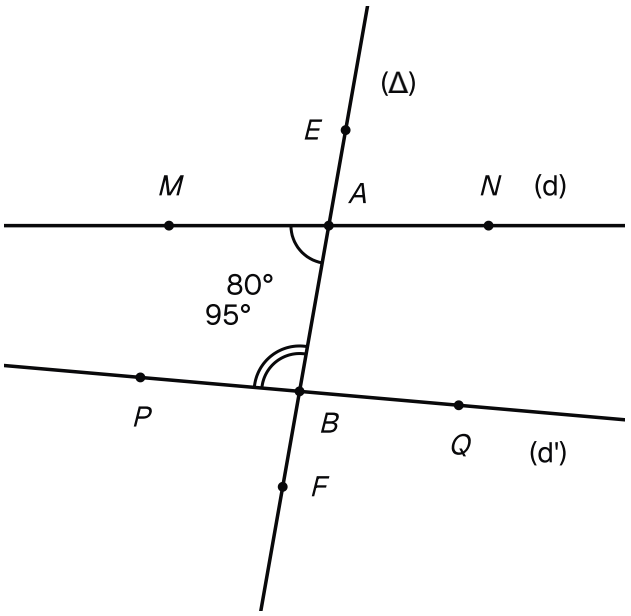
Exercice 2

Deux rues parallèles ?

Sur le plan d'un quartier, deux rues sont représentées par deux droites (d) et (d'). Une avenue, représentée par (Δ), coupe (d) en A et (d') en B.

Trace (d) au-dessus de (d'). Sur (d), place M à gauche de A et N à droite de A. Sur (d'), place P à gauche de B et Q à droite de B. Sur (Δ), place E au-dessus de A et F au-dessous de B.

Le plan donne $\widehat{MAB} = 80^\circ$ et $\widehat{ABP} = 95^\circ$. Lina se demande si les deux rues sont parallèles.



Le plan du quartier : les rues (d) et (d'), l'avenue (Δ), l'angle MAB de 80 degrés et l'angle ABP de 95 degrés.

1.

Calcule $\widehat{ABQ}$.

INDICE

Outil : les points P, B et Q sont alignés.

CORRIGÉ

Les points P, B et Q sont alignés : les angles adjacents $\widehat{ABP}$ et $\widehat{ABQ}$ forment un angle plat, ils sont supplémentaires.

$$\widehat{ABQ} = 180^\circ - 95^\circ = 85^\circ$$

Conclusion. L'angle $\widehat{ABQ}$ mesure 85°.

2.

Les rues (d) et (d') sont-elles parallèles ? Justifie ta réponse.

INDICE

Point délicat : si les rues étaient parallèles, que dirait la propriété des angles alternes-internes de $\widehat{MAB}$ et $\widehat{ABQ}$?

CORRIGÉ

Nature des angles. Les angles $\widehat{MAB}$ et $\widehat{ABQ}$ sont alternes-internes. Leurs mesures sont $80°$ et $85°$: elles sont différentes.

Raisonnement. Si (d) et (d') étaient parallèles, la propriété des angles alternes-internes donnerait deux mesures égales. Ce n'est pas le cas.

Conclusion. Les rues (d) et (d') ne sont pas parallèles.

3.

Quelle mesure de $\widehat{ABP}$ aurait rendu les deux rues parallèles ?

INDICE

Début : pour que les rues soient parallèles, que faut-il pour les angles $\widehat{MAB}$ et $\widehat{ABQ}$?

CORRIGÉ

Condition. D'après la propriété « reconnaître deux droites parallèles par les angles », les rues seraient parallèles si les angles alternes-internes $\widehat{MAB}$ et $\widehat{ABQ}$ avaient la même mesure. Il faudrait donc :

$$\widehat{ABQ} = \widehat{MAB} = 80°$$

Calcul. Les angles $\widehat{ABP}$ et $\widehat{ABQ}$ restent supplémentaires :

$$\widehat{ABP} = 180° - 80° = 100°$$

Conclusion. Avec $\widehat{ABP} = 100°$, les deux rues auraient été parallèles.

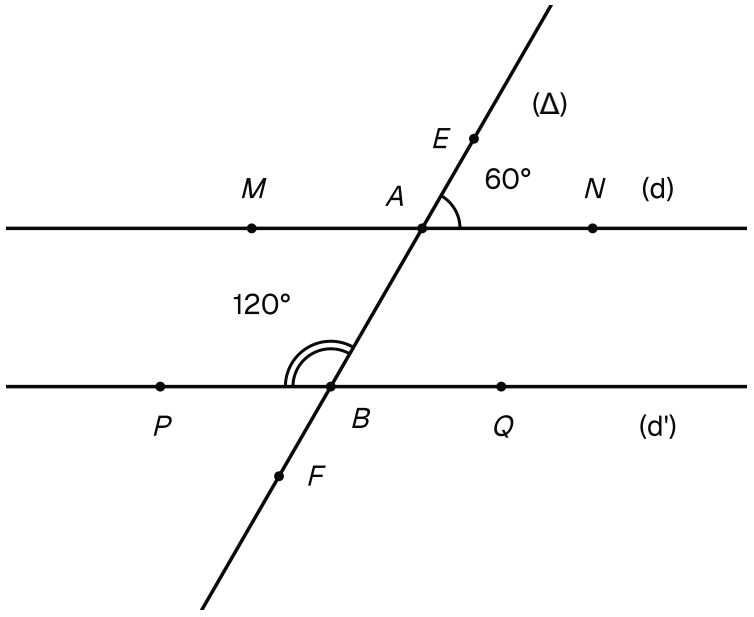
Exercice 3

Les lignes du parking

Pour tracer des places en épi, deux lignes blanches doivent être parallèles. Elles sont représentées par (d) et (d'). Le bord du trottoir est représenté par (Δ), qui coupe (d) en A et (d') en B. Pour tracer la figure, place les deux lignes blanches à l'horizontale sur ton cahier ; le trottoir est alors oblique.

Trace (d) au-dessus de (d'). Sur (d), place M à gauche de A et N à droite de A. Sur (d'), place P à gauche de B et Q à droite de B. Sur (Δ), place E au-dessus de A et F au-dessous de B.

Le peintre a obtenu $\widehat{EAN} = 60^\circ$ et $\widehat{ABP} = 120^\circ$.



Les lignes blanches (d) et (d'), le trottoir oblique (Δ) et les deux mesures du peintre : 60 et 120 degrés.

1.

Calcule $\widehat{ABQ}$.

INDICE

Outil : les angles $\widehat{ABP}$ et $\widehat{ABQ}$ sont adjacents et forment un angle plat.

CORRIGÉ

Les points P, B et Q sont alignés : les angles adjacents $\widehat{ABP}$ et $\widehat{ABQ}$ forment un angle plat, ils sont supplémentaires.

$$\widehat{ABQ} = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$$

Conclusion. L'angle $\widehat{ABQ}$ mesure 60°.

2.

Justifie que les lignes (d) et (d') sont parallèles.

INDICE

Outil : les angles $\widehat{EAN}$ et $\widehat{ABQ}$ occupent la même place en A et en B.

CORRIGÉ

Nature des angles. Les angles $\widehat{EAN}$ et $\widehat{ABQ}$ occupent la même place en A et en B : ils sont correspondants.

Égalité. Avec la question 1, ils ont la même mesure :

$$\widehat{EAN} = \widehat{ABQ} = 60^\circ$$

Propriété citée. On applique la propriété « reconnaître deux droites parallèles par les angles » à cette paire d'angles correspondants égaux.

Conclusion. $(d) \parallel (d')$: les lignes blanches sont parallèles.

3.

En déduire la mesure de $\widehat{NAB}$, avec les angles alternes-internes.

INDICE

Ensuite : l'angle alterne-interne de $\widehat{NAB}$ a pour sommet B et se trouve à gauche de la sécante.

CORRIGÉ

Les angles $\widehat{NAB}$ et $\widehat{ABP}$ sont alternes-internes.

D'après la question 2, $(d) \parallel (d')$. Donc, d'après la propriété des angles alternes-internes, ces deux angles ont la même mesure :

$$\widehat{NAB} = \widehat{ABP} = 120^\circ$$

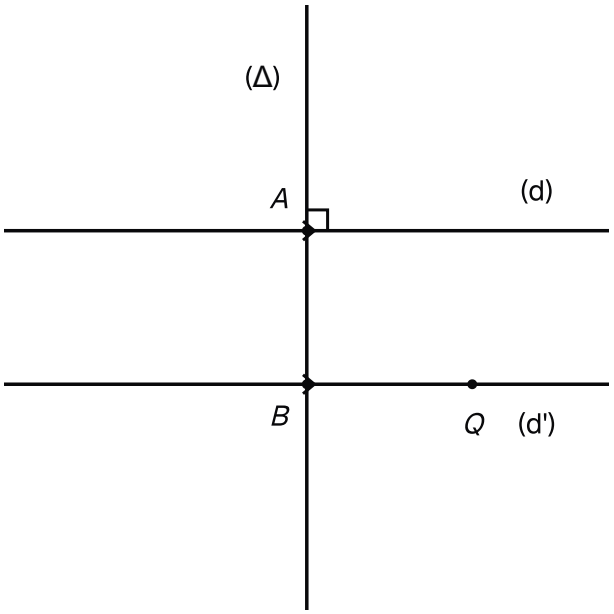
Conclusion. $\widehat{NAB} = 120^\circ$.

Exercice 4

Les poteaux de la barrière

Une barrière de jardin a deux lisses parallèles, représentées par (d) et (d'), avec (d) au-dessus. Un poteau, représenté par (Δ), est perpendiculaire à la lisse du haut : $(\Delta) \perp (d)$.

Trace la figure. On nomme A le point où (Δ) coupe (d), et B le point où (Δ) coupe (d'). Place Q sur (d'), à droite de B.



Les lisses parallèles (d) et (d') de la barrière et le poteau (Δ), perpendiculaire à la lisse du haut en A.

1.

Justifie que le poteau (Δ) est aussi perpendiculaire à la lisse du bas (d').

INDICE

Outil : les lisses sont parallèles, et le poteau est perpendiculaire à l'une d'elles.

CORRIGÉ

Données. $(d) \parallel (d')$ et $(\Delta) \perp (d)$.

Propriété citée. La propriété d'une perpendiculaire à l'une de deux parallèles : le poteau est perpendiculaire à la lisse du haut, donc aussi à la lisse du bas.

Conclusion. $(\Delta) \perp (d')$: le poteau est perpendiculaire à la lisse du bas.

2.

Quelle est la mesure de $\widehat{ABQ}$? Explique.

INDICE

Début : les côtés de l'angle $\widehat{ABQ}$ sont portés par (Δ) et par (d').

CORRIGÉ

Les côtés de l'angle $\widehat{ABQ}$ sont les demi-droites $[BA)$ et $[BQ)$. Elles sont portées par (Δ) et par (d').

D'après la question 1, ces deux droites sont perpendiculaires. Donc $\widehat{ABQ}$ est un angle droit.

Conclusion. $\widehat{ABQ} = 90°$.

3.

Un second poteau (Δ'), distinct de (Δ), est lui aussi perpendiculaire à (d). Justifie que les deux poteaux sont parallèles.

INDICE

Point délicat : cette fois, ce sont les poteaux qui sont perpendiculaires à une même droite.

CORRIGÉ

Données. $(\Delta) \perp (d)$ et $(\Delta') \perp (d)$, et les deux poteaux sont distincts.

Propriété citée. La propriété de deux perpendiculaires à une même droite : les poteaux sont distincts et tous les deux perpendiculaires à la lisse (d), ils sont donc parallèles.

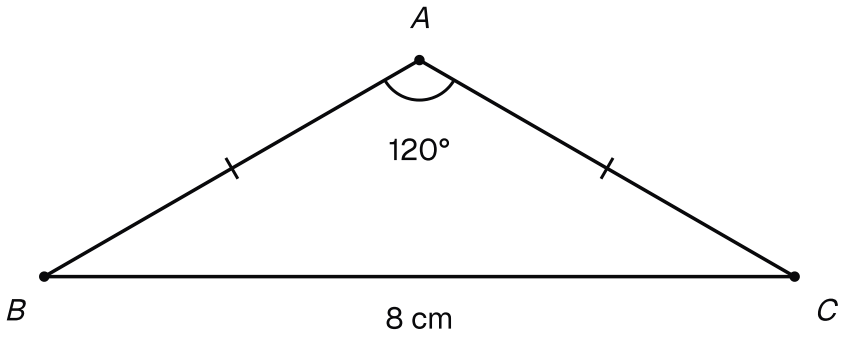
Conclusion. $(\Delta) \parallel (\Delta')$: les deux poteaux sont parallèles.

Exercice 5

Le triangle de la charpente

Une partie de la charpente d'un toit forme un triangle ABC isocèle en A : $AB = AC$. Le sommet A est en haut, et $[BC]$ est horizontal.

On donne $\widehat{BAC} = 120°$. Trace ce triangle avec $BC = 8\,\text{cm}$.



La charpente : un triangle ABC isocèle en A, base [BC] horizontale de 8 cm et angle au sommet de 120 degrés.

1.

Que sais-tu des angles $\widehat{ABC}$ et $\widehat{ACB}$? Pourquoi ?

INDICE

Outil : rappelle-toi ce que tu sais des angles d'un triangle isocèle.

CORRIGÉ

Le triangle ABC est isocèle en A : sa base est $[BC]$.

Les angles posés sur cette base sont $\widehat{ABC}$ et $\widehat{ACB}$. D'après la propriété des angles d'un triangle isocèle, ils sont égaux.

Conclusion. $\widehat{ABC} = \widehat{ACB}$: ces deux angles ont la même mesure.

2.

Calcule $\widehat{ABC} + \widehat{ACB}$.

INDICE

Outil : la somme des trois angles d'un triangle est égale à $180°$.

CORRIGÉ

D'après la propriété de la somme des angles d'un triangle :

$$\widehat{BAC} + \widehat{ABC} + \widehat{ACB} = 180°$$

On retire l'angle connu $\widehat{BAC}$, qui mesure $120°$:

$$\begin{aligned}\widehat{ABC} + \widehat{ACB} &= 180° - 120° \\ &= 60°\end{aligned}$$

Conclusion. La somme $\widehat{ABC} + \widehat{ACB}$ vaut $60°$.

3.

En déduire $\widehat{ABC}$ et $\widehat{ACB}$.

INDICE

Ensuite : les deux angles ont la même mesure et leur somme est connue.

CORRIGÉ

Les deux angles ont la même mesure (question 1), et leur somme vaut $60°$ (question 2). Chacun mesure donc la moitié de $60°$:

$$\begin{aligned}\widehat{ABC} = \widehat{ACB} &= 60° \div 2 \\ &= 30°\end{aligned}$$

Contrôle : $120° + 30° + 30° = 180°$.

Conclusion. Les angles $\widehat{ABC}$ et $\widehat{ACB}$ mesurent chacun $30°$.

Exercice 6

Les triangles du cerf-volant

Léo fabrique un cerf-volant. Sa voile est faite de deux triangles en tissu, que l'on étudie séparément.

1.

Le triangle GHK est rectangle en G, et $\widehat{GHK} = 35°$. Trace-le, puis calcule $\widehat{GKH}$.

INDICE

Outil : dans un triangle rectangle en G, l'angle $\widehat{HGK}$ mesure $90°$.

CORRIGÉ

Angle droit. Le triangle est rectangle en G, donc $\widehat{HGK} = 90°$.

Somme des angles. D'après la propriété de la somme des angles d'un triangle :

$$\widehat{HGK} + \widehat{GHK} + \widehat{GKH} = 180°$$

Calcul. On retire les deux angles connus de $180°$:

$$\widehat{GKH} = 180° - (90° + 35°) = 55°$$

Conclusion. L'angle $\widehat{GKH}$ mesure $55°$.

2.

Le triangle UVW est équilatéral. Quelle est la mesure de chacun de ses angles ? Explique.

INDICE

Début : dans un triangle équilatéral, les trois angles ont la même mesure.

CORRIGÉ

Les trois angles du triangle équilatéral UVW ont la même mesure.

D'après la propriété de la somme des angles d'un triangle, leur somme vaut $180°$. On partage donc $180°$ en trois parts égales :

$$180° \div 3 = 60°$$

Conclusion. Chaque angle du triangle UVW mesure $60°$.

3.

Léo veut un troisième triangle avec deux angles droits. Explique pourquoi c'est impossible.

INDICE

Point délicat : additionne les deux angles droits, puis regarde ce qui reste pour le troisième angle.

CORRIGÉ

Deux angles droits. Ensemble, ils mesurent déjà :

$$90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$$

Troisième angle. D'après la propriété de la somme des angles d'un triangle, il mesurerait :

$$180^\circ - 180^\circ = 0^\circ$$

Pas de triangle. Un angle de 0° aurait ses deux côtés sur la même demi-droite. Les trois sommets seraient alignés, et ce ne serait pas un triangle.

Conclusion. Un triangle ne peut pas avoir deux angles droits : le triangle voulu par Léo est impossible.

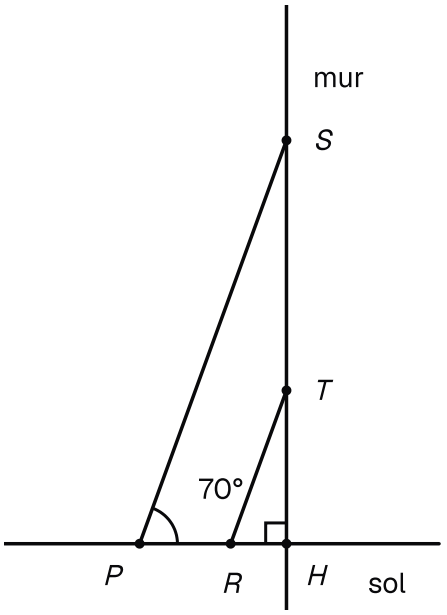
Exercice 7

Deux échelles contre le mur

Une échelle est posée contre un mur vertical. Le sol est horizontal, et le mur est perpendiculaire au sol. Le pied du mur est H. Le haut de l'échelle est S, sur le mur. Le pied de l'échelle est P, sur le sol, à gauche de H. Le triangle SHP est rectangle en H (le mur est perpendiculaire au sol).

On donne $\widehat{SPH} = 70°$. Une seconde échelle $[RT]$, plus courte, est posée parallèle à la première : $(RT) \parallel (PS)$. Son pied R est sur le sol, entre P et H. Son haut T est sur le mur, entre H et S.

Trace la figure sur ton cahier.



Le mur, le sol et deux échelles parallèles : [PS], la grande, et [RT], la petite, avec l'angle SPH de 70 degrés.

1.

Calcule $\widehat{PSH}$.

INDICE

Outil : utilise la somme des angles du triangle SHP.

CORRIGÉ

Angle droit. Le triangle SHP est rectangle en H, donc $\widehat{SHP} = 90°$.

Somme des angles. D'après la propriété de la somme des angles d'un triangle :

$$\widehat{SPH} + \widehat{SHP} + \widehat{PSH} = 180°$$

Calcul. On retire les deux angles connus de $180°$:

$$\begin{aligned} \widehat{PSH} &= 180° - (70° + 90°) \\ &= 20° \end{aligned}$$

Conclusion. L'angle $\widehat{PSH}$ mesure $20°$.

2.

Justifie que $\widehat{TRH} = 70°$.

INDICE

Début : la droite du sol (PH) est une sécante des deux droites parallèles (PS) et (RT).

CORRIGÉ

Sécante. La droite (PH) coupe (PS) en P et (RT) en R.

Nature des angles. Les angles $\widehat{SPH}$ et $\widehat{TRH}$ sont du même côté de cette sécante, à la même place en P et en R : ils sont correspondants.

Propriété. Les droites (PS) et (RT) sont parallèles. D'après la propriété des angles correspondants :

$$\widehat{TRH} = \widehat{SPH} = 70°$$

Conclusion. $\widehat{TRH} = 70°$.

3.

En déduire $\widehat{RTH}$.

INDICE

Ensuite : le triangle THR est lui aussi rectangle en H.

CORRIGÉ

Triangle rectangle. Le point T est sur le mur et R sur le sol. Le mur est perpendiculaire au sol, donc le triangle THR est rectangle en H.

Somme des angles. D'après la propriété de la somme des angles d'un triangle :

$$\widehat{TRH} + \widehat{THR} + \widehat{RTH} = 180°$$

Calcul. Avec $\widehat{TRH} = 70°$ (question 2) et $\widehat{THR} = 90°$:

$$\begin{aligned}\widehat{RTH} &= 180° - (70° + 90°) \\ &= 20°\end{aligned}$$

Conclusion. L'angle $\widehat{RTH}$ mesure $20°$.