BURHAN

Deux parallèles et une sécante : exercices, application

1ère Année Collège · Mathématiques

Version en ligne : burhan.ma/1ac/mathematiques/deux-paralleles-et-une-secante/exercices/application

Chapitre	Palier	Exercices
Deux parallèles et une sécante	Application	8

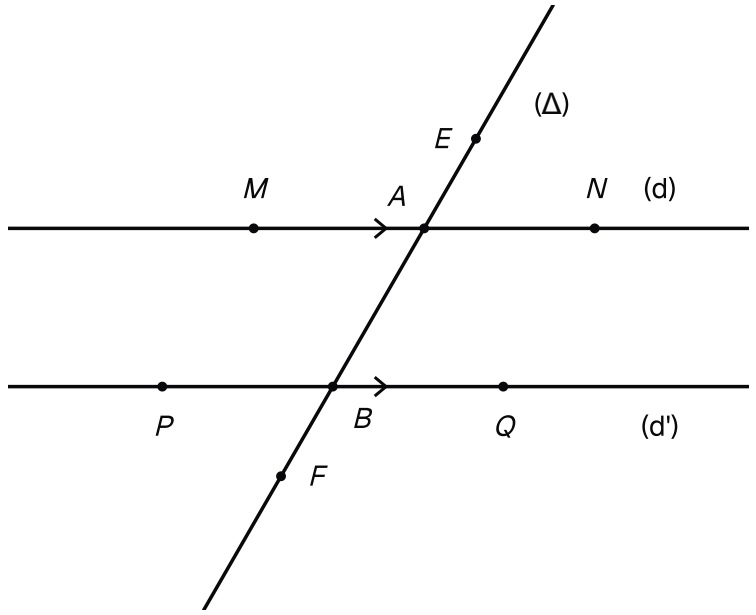
Exercice 1

La traversée en diagonale

Les deux bords d'une rue sont représentés par deux droites parallèles (d) et (d'). Yasmine traverse la rue en diagonale. Son trajet suit une droite (Δ).

Trace (d) au-dessus de (d'). Trace (Δ), qui coupe (d) en A et (d') en B. Sur (d), place M à gauche de A et N à droite de A. Sur (d'), place P à gauche de B et Q à droite de B. Sur (Δ), place E au-dessus de A et F au-dessous de B.

Ici, tu ne mesures rien : tu nommes seulement des angles.



Les deux bords parallèles de la rue et le trajet de Yasmine, qui les croise en A puis en B.

1.

Quel angle de sommet B forme avec $\widehat{MAB}$ une paire d'angles alternes-internes ?

INDICE

Outil : deux angles alternes-internes sont tous les deux dans la bande entre (d) et (d'), de part et d'autre de la sécante.

CORRIGÉ

L'angle $\widehat{MAB}$ a pour sommet A. Il est dans la bande entre (d) et (d'), à gauche de (Δ).

L'angle cherché a pour sommet B. Il est lui aussi dans la bande, mais à droite de (Δ) : c'est $\widehat{ABQ}$.

Conclusion. L'angle de sommet B qui forme avec $\widehat{MAB}$ une paire d'angles alternes-internes est $\widehat{ABQ}$.

2.

Quel angle de sommet B forme avec $\widehat{EAM}$ une paire d'angles correspondants ?

INDICE

Outil : deux angles correspondants occupent la même place en A et en B, du même côté de la sécante.

CORRIGÉ

L'angle $\widehat{EAM}$ est au-dessus de (d), à gauche de (Δ).

En B, l'angle qui occupe la même place est au-dessus de (d'), à gauche de (Δ) : c'est $\widehat{ABP}$.

Conclusion. L'angle de sommet B correspondant à $\widehat{EAM}$ est $\widehat{ABP}$.

3.

Les angles $\widehat{NAB}$ et $\widehat{EAM}$ sont-ils alternes-internes ? Explique ta réponse.

INDICE

Point délicat : regarde d'abord le sommet de chacun des deux angles.

CORRIGÉ

Non. Les deux angles ont le même sommet A.

Or deux angles alternes-internes ont des sommets différents : l'un en A, l'autre en B.

En réalité, $\widehat{NAB}$ et $\widehat{EAM}$ sont opposés par le sommet : le point A est entre E et B, et entre M et N.

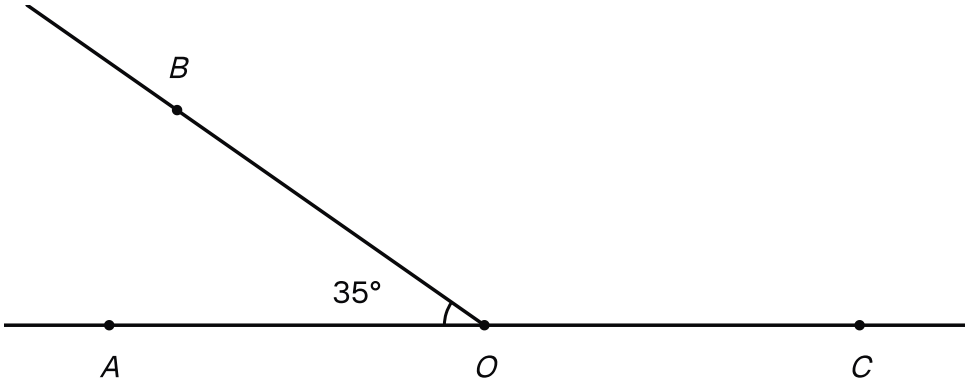
Conclusion. Les angles $\widehat{NAB}$ et $\widehat{EAM}$ ne sont pas alternes-internes.

Exercice 2

Le bras de la barrière

Une barrière de parking tourne autour d'un point O. Le sol est représenté par une droite qui passe par A, O et C, dans cet ordre.

Le bras de la barrière est la demi-droite $[OB)$, avec B au-dessus du sol. On donne $\widehat{AOB} = 35°$. Trace la figure au rapporteur.



Le sol de la barrière passe par A, O et C ; le bras [OB) s'ouvre de 35 degrés depuis [OA).

1.

Les angles $\widehat{AOB}$ et $\widehat{BOC}$ sont adjacents. Calcule $\widehat{BOC}$.

INDICE

Outil : les points A, O et C sont alignés, donc $\widehat{AOC}$ est un angle plat.

CORRIGÉ

Angle plat. Les points A, O et C sont alignés, dans cet ordre. Donc $\widehat{AOC}$ est un angle plat : il mesure $180°$.

Angles supplémentaires. Les angles adjacents $\widehat{AOB}$ et $\widehat{BOC}$ forment cet angle plat. Leur somme vaut donc $180°$.

Calcul. On retire $35°$ de $180°$:

$$\widehat{BOC} = 180° - 35° = 145°$$

Conclusion. L'angle $\widehat{BOC}$ mesure $145°$.

2.

Quelle est la mesure d'un angle complémentaire de $\widehat{AOB}$?

INDICE

Outil : deux angles complémentaires ont une somme de $90°$, pas de $180°$.

CORRIGÉ

Deux angles complémentaires ont une somme de $90°$. On retire donc $35°$ de $90°$:

$$90° - 35° = 55°$$

Contrôle : $35° + 55° = 90°$.

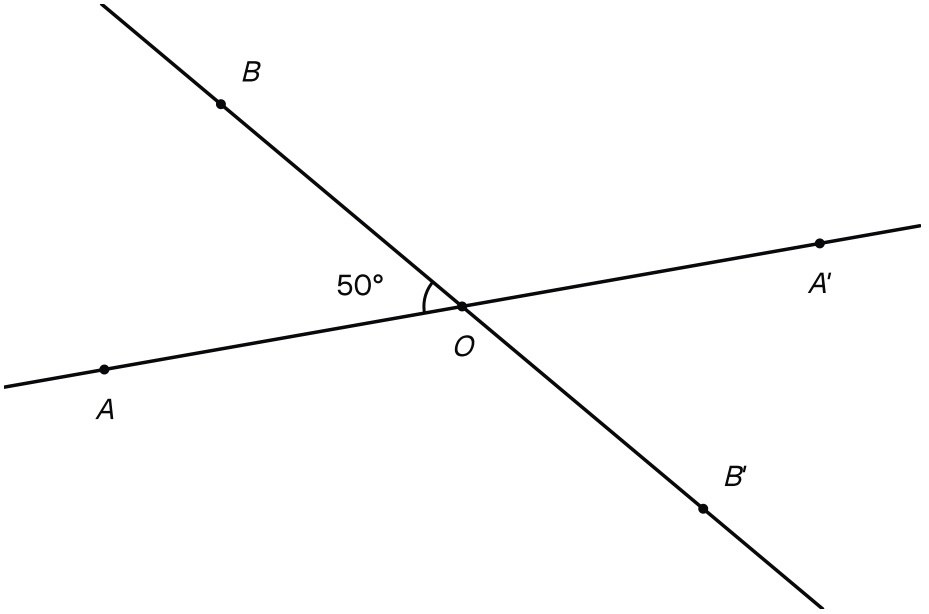
Conclusion. Un angle complémentaire de $\widehat{AOB}$ mesure $55°$.

Exercice 3

Les planches croisées

Une barrière en bois a deux planches qui se croisent. Elles sont représentées par deux droites (AA') et (BB') qui se coupent en O.

Le point O est entre A et A', et entre B et B'. Trace la figure avec $\widehat{AOB} = 50°$.



Les deux planches croisées (AA') et (BB') se coupent en O ; l'angle AOB mesure 50 degrés.

1.

Donne la mesure de $\widehat{A'OB'}$. Justifie.

INDICE

Outil : compare les côtés des angles $\widehat{AOB}$ et $\widehat{A'OB'}$.

CORRIGÉ

Les angles $\widehat{AOB}$ et $\widehat{A'OB'}$ ont le même sommet O.

Le point O est entre A et A', et entre B et B' : chaque côté de l'un prolonge un côté de l'autre. Ces angles sont donc opposés par le sommet.

D'après la propriété des angles opposés par le sommet, ils ont la même mesure.

Conclusion. $\widehat{A'OB'} = 50°$.

2.

Calcule $\widehat{BOA'}$.

INDICE

Outil : les points A, O et A' sont alignés.

CORRIGÉ

Les points A, O et A' sont alignés, donc $\widehat{AOA'}$ est un angle plat.

Les angles adjacents $\widehat{AOB}$ et $\widehat{BOA'}$ forment cet angle plat : ils sont supplémentaires.

$$\widehat{BOA'} = 180^\circ - 50^\circ = 130^\circ$$

Conclusion. L'angle $\widehat{BOA'}$ mesure 130°.

3.

Déduis-en la mesure de $\widehat{AOB'}$.

INDICE

Ensuite : cherche l'angle qui est opposé par le sommet à $\widehat{AOB'}$.

CORRIGÉ

Les angles $\widehat{AOB'}$ et $\widehat{BOA'}$ ont le même sommet O, et leurs côtés se prolongent : ils sont opposés par le sommet.

D'après la propriété des angles opposés par le sommet, ils ont la même mesure. Avec la question 2 :

$$\widehat{AOB'} = \widehat{BOA'} = 130^\circ$$

Conclusion. L'angle $\widehat{AOB'}$ mesure 130°.

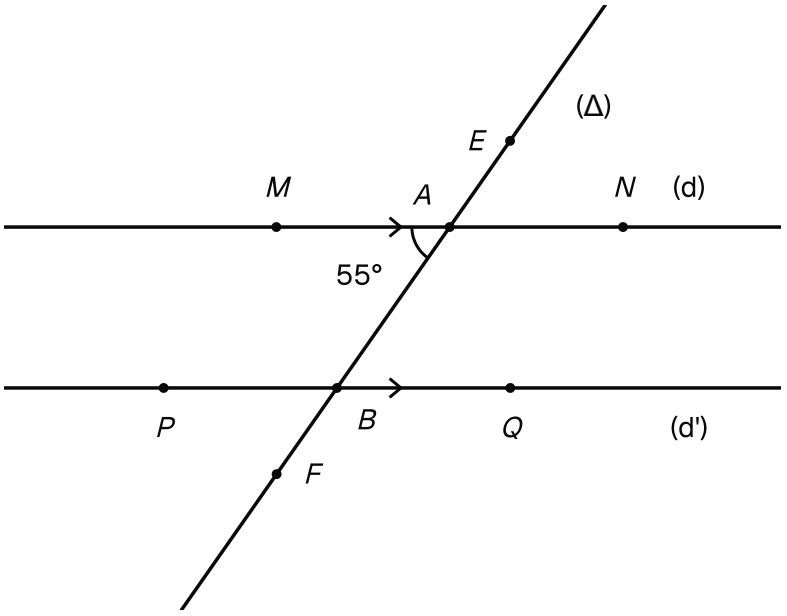
Exercice 4

Les places en épi

Sur un parking, les places sont tracées en épi : les lignes blanches sont obliques et parallèles. Deux lignes blanches sont représentées par deux droites parallèles (d) et (d').

Le bord du trottoir est représenté par une droite (Δ). Elle coupe (d) en A et (d') en B. Tourne ta feuille pour que les lignes blanches soient horizontales : le bord du trottoir devient la droite en biais.

Sur ton cahier, trace (d) au-dessus de (d'). Sur (d), place M à gauche de A et N à droite de A. Sur (d'), place P à gauche de B et Q à droite de B. Sur (Δ), place E au-dessus de A et F au-dessous de B. On donne $\widehat{MAB} = 55°$.



Les lignes blanches (d) et (d') rendues horizontales, le bord du trottoir (Δ) en biais et l'angle MAB de 55 degrés.

1.

Calcule $\widehat{ABQ}$ en citant la propriété utilisée.

INDICE

Outil : les angles $\widehat{MAB}$ et $\widehat{ABQ}$ sont dans la bande, de part et d'autre de la sécante.

CORRIGÉ

Nature des angles. Les angles $\widehat{MAB}$ et $\widehat{ABQ}$ sont dans la bande entre (d) et (d'), de part et d'autre de (Δ) : ils sont alternes-internes.

Propriété. Les droites (d) et (d') sont parallèles. D'après la propriété des angles alternes-internes, ces deux angles ont la même mesure :

$$\widehat{ABQ} = \widehat{MAB} = 55°$$

Conclusion. $\widehat{ABQ} = 55°$.

2.

Calcule $\widehat{ABP}$.

INDICE

Outil : les points P, B et Q sont alignés.

CORRIGÉ

Les points P, B et Q sont alignés, donc $\widehat{PBQ}$ est un angle plat.

Les angles adjacents $\widehat{ABP}$ et $\widehat{ABQ}$ forment cet angle plat : ils sont supplémentaires.

$$\widehat{ABP} = 180^\circ - 55^\circ = 125^\circ$$

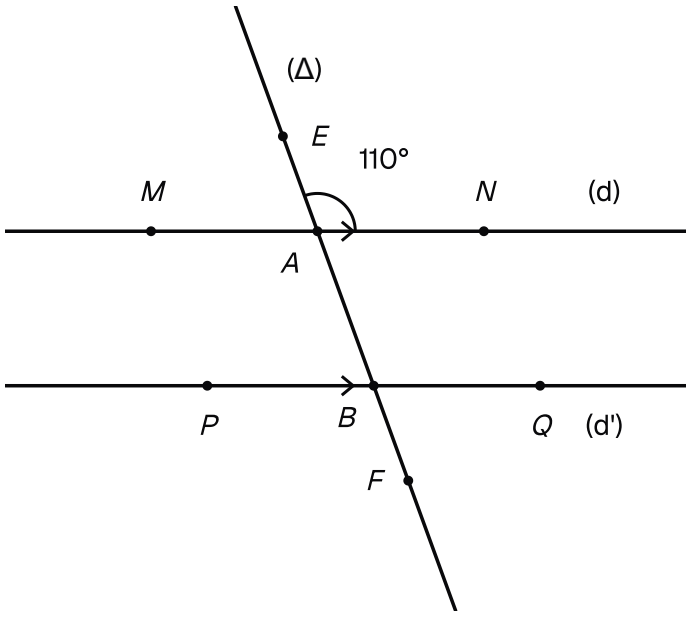
Conclusion. L'angle $\widehat{ABP}$ mesure 125°.

Exercice 5

La poutre oblique

Dans la charpente d'un toit, deux poutres horizontales sont parallèles. Elles sont représentées par (d) et (d'). Une poutre oblique, représentée par (Δ), coupe (d) en A et (d') en B.

Trace (d) au-dessus de (d'). Sur (d), place M à gauche de A et N à droite de A. Sur (d'), place P à gauche de B et Q à droite de B. Sur (Δ), place E au-dessus de A et F au-dessous de B. On donne $\widehat{EAN} = 110^\circ$.



Les deux poutres parallèles de la charpente et la poutre oblique (Δ), avec l'angle EAN de 110 degrés.

1.

Calcule $\widehat{ABQ}$ en citant la propriété utilisée.

INDICE

Outil : les angles $\widehat{EAN}$ et $\widehat{ABQ}$ occupent la même place en A et en B.

CORRIGÉ

Nature des angles. Les angles $\widehat{EAN}$ et $\widehat{ABQ}$ occupent la même place en A et en B, du même côté de (Δ) : ils sont correspondants.

Propriété. Les poutres (d) et (d') sont parallèles. D'après la propriété des angles correspondants, ces deux angles ont la même mesure :

$$\widehat{ABQ} = \widehat{EAN} = 110^\circ$$

Conclusion. $\widehat{ABQ} = 110^\circ$.

2.

Calcule $\widehat{QBF}$.

INDICE

Outil : les points A, B et F sont alignés sur (Δ).

CORRIGÉ

Les points A, B et F sont alignés sur (Δ), donc $\widehat{ABF}$ est un angle plat.

Les angles adjacents $\widehat{ABQ}$ et $\widehat{QBF}$ forment cet angle plat : ils sont supplémentaires.

$$\widehat{QBF} = 180^\circ - 110^\circ = 70^\circ$$

Conclusion. L'angle $\widehat{QBF}$ mesure 70°.

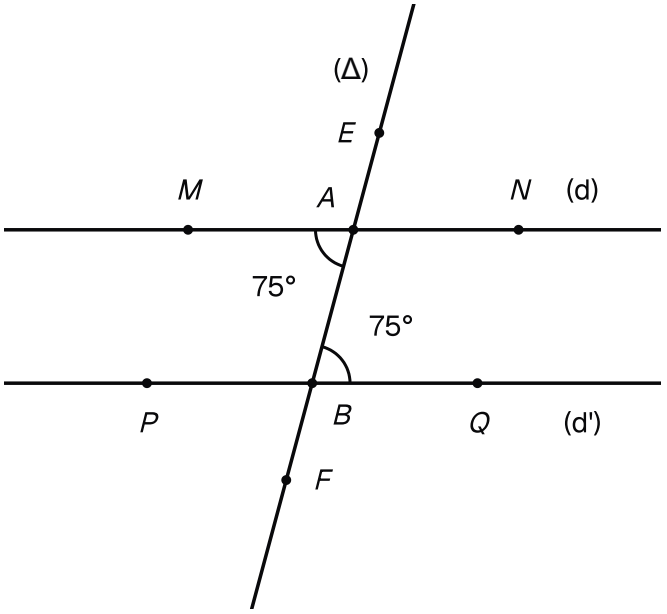
Exercice 6

L'étagère bien droite

Une étagère a deux planches, représentées par deux droites (d) et (d'). Un montant oblique, représenté par (Δ), coupe (d) en A et (d') en B.

Trace (d) au-dessus de (d'). Sur (d), place M à gauche de A et N à droite de A. Sur (d'), place P à gauche de B et Q à droite de B. Sur (Δ), place E au-dessus de A et F au-dessous de B.

L'énoncé donne $\widehat{MAB} = 75^\circ$ et $\widehat{ABQ} = 75^\circ$. On ne sait pas encore si les planches sont parallèles.



Les planches (d) et (d') de l'étagère, le montant (Δ) et deux angles donnés de 75 degrés, MAB et ABQ.

1.

Comment s'appellent les angles $\widehat{MAB}$ et $\widehat{ABQ}$?

INDICE

Outil : regarde si chaque angle est dans la bande, et de quel côté de la sécante il se trouve.

CORRIGÉ

Les deux angles sont dans la bande entre (d) et (d').

L'un est à gauche de (Δ), l'autre à droite : ils sont de part et d'autre de la sécante.

Conclusion. $\widehat{MAB}$ et $\widehat{ABQ}$ sont des angles alternes-internes.

2.

Justifie que les planches (d) et (d') sont parallèles.

INDICE

Point délicat : ici, tu ne sais pas que les droites sont parallèles : c'est ce que tu dois conclure.

CORRIGÉ

Données. Les angles $\widehat{MAB}$ et $\widehat{ABQ}$ sont alternes-internes (question 1), et l'énoncé donne la même mesure pour les deux :

$$\widehat{MAB} = \widehat{ABQ} = 75^\circ$$

Propriété citée. La propriété « reconnaître deux droites parallèles par les angles » : une paire d'angles alternes-internes de même mesure suffit pour conclure.

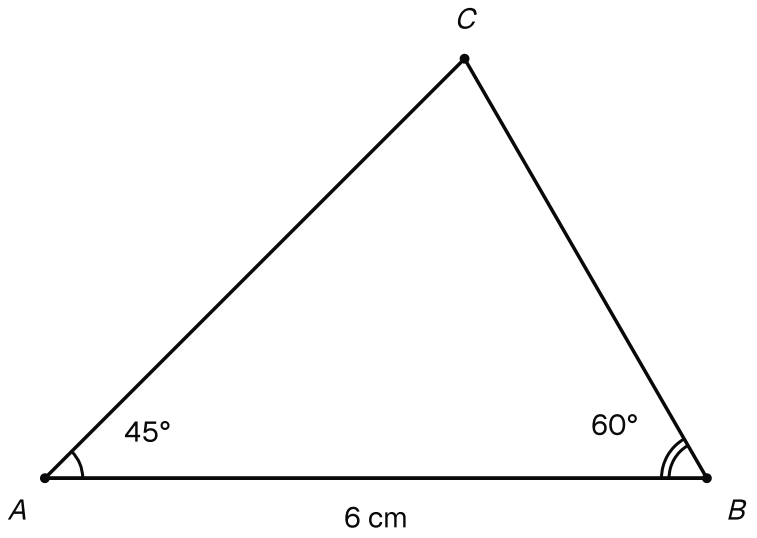
Conclusion. $(d) \parallel (d')$: les planches de l'étagère sont parallèles.

Exercice 7

La voile du bateau

La voile d'un petit bateau a la forme d'un triangle ABC. On donne $\widehat{BAC} = 45°$ et $\widehat{ABC} = 60°$.

Trace ce triangle sur ton cahier avec $AB = 6\,\text{cm}$, à la règle et au rapporteur.



La voile triangulaire ABC : le côté [AB] de 6 cm, un angle de 45 degrés en A et un angle de 60 degrés en B.

1.

Calcule $\widehat{ACB}$.

INDICE

Outil : la somme des mesures des trois angles d'un triangle est égale à $180°$.

CORRIGÉ

Somme des angles. D'après la propriété de la somme des angles d'un triangle, dans le triangle ABC :

$$\widehat{BAC} + \widehat{ABC} + \widehat{ACB} = 180°$$

Angles connus. On additionne les deux mesures données : $45° + 60° = 105°$.

Calcul. On retire cette somme de $180°$:

$$\widehat{ACB} = 180° - 105° = 75°$$

Conclusion. L'angle $\widehat{ACB}$ mesure $75°$.

2.

Additionne les trois angles : retrouves-tu $180°$? Puis mesure $\widehat{ACB}$ sur ton dessin et compare.

INDICE

Ensuite : prends la mesure de $\widehat{ACB}$ trouvée à la question 1, avec les deux mesures données.

CORRIGÉ

Contrôle : $45° + 60° + 75° = 180°$. On retrouve bien $180°$: le calcul est juste.

Au rapporteur, tu dois lire environ $75°$ sur ton dessin. Un petit écart vient du tracé : c'est le calcul qui donne la mesure exacte.

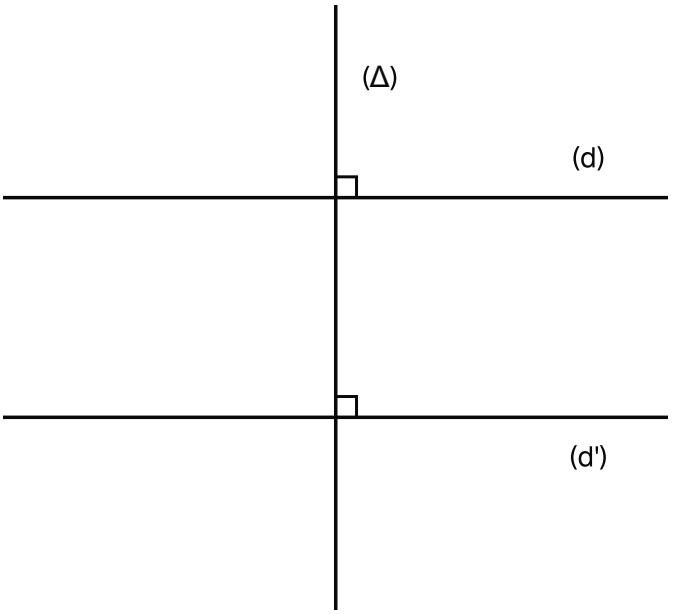
Conclusion. La somme des trois angles vaut $180°$, et la mesure lue sur le dessin est proche de $75°$.

Exercice 8

Les barreaux de l'échelle

Une échelle a deux montants et des barreaux. Un montant est représenté par une droite (Δ). Deux barreaux sont représentés par deux droites distinctes (d) et (d').

Chaque barreau est perpendiculaire au montant : $(d) \perp (\Delta)$ et $(d') \perp (\Delta)$. Trace (Δ), puis (d) et (d') à l'équerre, en deux points différents de (Δ).



Le montant (Δ) de l'échelle et deux barreaux (d) et (d'), chacun tracé à l'équerre en un point différent.

1.

Justifie que les barreaux (d) et (d') sont parallèles.

INDICE

Outil : les deux barreaux sont perpendiculaires à la même droite (Δ).

CORRIGÉ

Données. $(d) \perp (\Delta)$ et $(d') \perp (\Delta)$, et les droites (d) et (d') sont distinctes.

Propriété citée. La propriété de deux perpendiculaires à une même droite : les deux barreaux sont distincts et tous les deux perpendiculaires au montant, ils sont donc parallèles.

Conclusion. $(d) \parallel (d')$: les barreaux sont parallèles.

2.

Le second montant est représenté par une droite (Δ'), perpendiculaire au barreau (d). Justifie que $(\Delta') \perp (d')$.

INDICE

Début : utilise le résultat de la question 1 : les droites (d) et (d') sont parallèles.

CORRIGÉ

Données. $(d) \parallel (d')$, d'après la question 1, et $(\Delta') \perp (d)$.

Propriété citée. La propriété d'une perpendiculaire à l'une de deux parallèles : le montant (Δ') coupe (d) à angle droit, donc il coupe aussi (d') à angle droit.

Conclusion. $(\Delta') \perp (d')$: le second montant est perpendiculaire au barreau (d').